Lösungsblatt

Messunsicherheiten der Kategorie B im GP

Die KMUG des Ergebnisses Δz hängt von den Messunsicherheiten der einzelnen unkorrelierten Messgrößen (Δa, Δb, Δc, ...) und von den partiellen Ableitungen ($\partial z/\partial a$, $\partial z/\partial b$, $\partial z/\partial c$, ...) ab. Die KMUG ist äquivalent zu einer kombinierten Standardabweichung (siehe Messunsicherheiten der Kategorie A).

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial a}\right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial b}\right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial c}\right)^2 \Delta c^2 + \ldots}$$

Beim Runden geht wird folgendermaßen vorgegangen:

(a) Von links beginnend ist - ohne Beachtung der Stellung des Dezimalkommas — die erste von Null verschiedene Ziffer der Messunsicherheit zu suchen.

(b) Ist diese Ziffer größer als 2, so ist diese Ziffer die Rundestelle. Ist diese Ziffer 1 oder 2, so ist die nächstfolgende Stelle die Rundestelle.

(c) Die Messunsicherheit wird stets aufgerundet, unabhängig davon, wie groß die Ziffer der nachfolgenden Stelle ist.

Grundsätzlich gilt: Für Maßzahl und Messunsicherheit ist die Rundungsstelle stets gleich!

1 Flächenmessung

Ein Tisch wurde vermessen. Die Breite und Länge wurden mit $b = (0{,}89 \pm 0{,}02)\,\mathrm{m}$ bzw. $l = (0{,}41 \pm 0{,}02)\,\mathrm{m}$ bestimmt. Berechnen Sie die Fläche des Tisches und geben Sie diese inklusive Messunsicherheit an (absolut und relativ). Beachten Sie die Rundungsregeln!

$$\begin{aligned} A &= b \cdot l = 0{,}3649\,\mathrm{m}^2 \\ \Delta A &= \sqrt{(l)^2\,\Delta b^2 + (b)^2\,\Delta l^2} = \sqrt{(0{,}41\,\mathrm{m})^2 \cdot (0{,}02\,\mathrm{m})^2 + (0{,}89\,\mathrm{m})^2 \cdot (0{,}02\,\mathrm{m})^2} \\ &= 0{,}0196\,\mathrm{m}^2 \approx 0{,}020\,\mathrm{m}^2 \\ \Rightarrow A &= (0{,}365 \pm 0{,}020)\,\mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

2 Kinetische Energie

Ein Auto mit der Masse $m = (548 \pm 5)\,\mathrm{kg}$ bewegt sich mit einer Geschwindigkeit $v = (39 \pm 2)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Wie groß ist die kinetische Energie inklusive Messunsicherheit?

$$\begin{aligned} E &= \frac{m}{2} v^2 = 416{,}8\,\mathrm{J} \\ \Delta E &= \sqrt{\left(\frac{v^2}{2}\right)^2 \Delta m^2 + (m \cdot v)^2\,\Delta v^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{(39\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{2}\right)^2 (5\,\mathrm{kg})^2 + \left(548\,\mathrm{kg} \cdot 39\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \left(2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} \\ &= 42{,}9\,\mathrm{J} \approx 50\,\mathrm{J} \\ \Rightarrow E &= (420 \pm 50)\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

3 Widerstand

Eine Glühlampe zeigt bei einer anliegenden Spannung $U = (8{,}5 \pm 0{,}1)\,\mathrm{V}$ einen Strom $I = (131 \pm 5)\,\mathrm{mA}$. Berechnen Sie den Widerstand unter Beachtung der KMUG.

$$\begin{aligned}
R &= \frac{U}{I} = 64{,}89\,\Omega \\
\Delta R &= \sqrt{\left(\frac{1}{I}\right)^2 \Delta U^2 + \left(\frac{U}{I^2}\right)^2 \Delta I^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{131\,\mathrm{mA}}\right)^2 (0{,}1\,\mathrm{V})^2 + \left(\frac{8{,}5\,\mathrm{V}}{131\,\mathrm{mA}}\right)^2 (5\,\mathrm{mA})^2} \\
&= 2{,}591\,\Omega \approx 2{,}6\,\Omega \\
\Rightarrow R &= (64{,}9 \pm 2{,}6)\,\Omega
\end{aligned}$$

4 Runden

Geben Sie das richtig gerundete Endergebnis an!

a) $\lambda = 633{,}235\,\mathrm{nm}$; $\Delta\lambda = 3{,}42\,\mathrm{nm}$ $\lambda = (633 \pm 4)\,\mathrm{nm}$

b) $f = 524575\,\mathrm{Hz}$; $\Delta f = 1{,}46\,\mathrm{kHz}$ $f = (524{,}6 \pm 1{,}5)\,\mathrm{kHz}$

c) $h = 6{,}678 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$; $\Delta h = 0{,}1023 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ $h = (6{,}68 \pm 0{,}11)\,\mathrm{J\,s}$

d) $F = 0{,}003254\,\mathrm{N}$; $\Delta F = 0{,}00013\,\mathrm{N}$ $F = (3{,}25 \pm 0{,}13)\,\mathrm{mN}$

e) $T = 535{,}15\,\mathrm{K}$; $\Delta T = 2{,}91\,\mathrm{K}$ $T = (535{,}2 \pm 3{,}0)\,\mathrm{mN}$